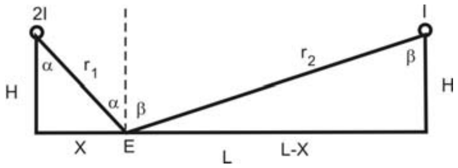
РЈЕШЕЊА ЗАДАТАКА ЗА ЧЕТВРТИ РАЗРЕД

1.



У апроксимацији тачкастих свјетлосних извора освијетљеност је дана изразом:

$E = 2I\dfrac{\cos\alpha}{r_1^2} + I\dfrac{\cos\beta}{r_2^2}$ **[4]**. Косинусе углова и удаљеност од извора до тачке у којој посматрамо освјетљеност преводимо у зависност о X и L.

Из $\cos\alpha = \dfrac{H}{r_1}, \quad \cos\beta = \dfrac{H}{r_2}$, слиједи да је $E = 2I\dfrac{H}{r_1^3} + I\dfrac{H}{r_2^3}$ **[5]**,

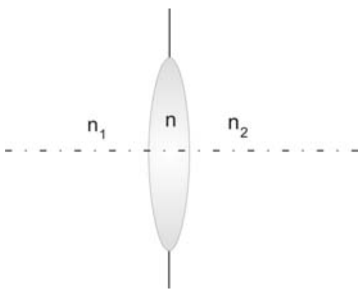
а како је $r_1^2 = H^2 + X^2$, а $r_2^2 = H^2 + (L-X)^2$ **[3]**, за освјетљеност у зависности од X и L израз је:

$E = 2I\dfrac{H}{(H^2+X^2)^{3/2}} + I\dfrac{H}{\left[H^2+(L-X)^2\right]^{3/2}}$ **[3]** одавде слиједи да је I задано изразом:

$$I = \frac{E/H}{\dfrac{2}{(H^2+X^2)^{3/2}} + \dfrac{1}{\left[H^2+(L-X)^2\right]^{3/2}}}$$ **[2]**.

Уврштавањем вериједности за E, H, L и X добија се $I = 7208\,cd$ **[3]**

2.



Једначина за оптичку моћ сочива дана је изразом:

$$D = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_1}\right)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$ **[4]**

Замислимо да смо сочиво расјекли на два планконвексна сочива и између њих иза првог поставили танак слој течности индекса преламања n_1, па иза ње танак слој течности индекса преламања n_2, а затим друго планконвексно сочиво. Слојеви између не доприносе оптичкој моћи сочива, већ само збир оптичких моћи првог планконвексног сочива у средини са n_1 и другог планконвексног сочива у средини са индексом n_2:

$D = D_1 + D_2$ **[4]**

$$D = \left(\frac{n-n_1}{n_1}\right)\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{\infty}\right) + \left(\frac{n}{n_2}\right)\left(\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R}\right) = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{R}\right) + \left(\frac{n}{n_2} - 1\right)\left(\frac{1}{R}\right) = \left(\frac{n}{n_1} + \frac{n}{n_2} - 2\right)\left(\frac{1}{R}\right)$$ **[8]**

$f = 1/D = 0{,}02984m$ **[4]**

3. На појединачним прорезима оптичке решетке упадни свјетлосни сноп се дифрактује , а услов за дифракционе минимуме дан је изразом :

$n\lambda = a\sin\alpha$. a је ширина прореза . Дифрактовани сноп накнадно интерферира и даје линије максимума и тамна мјеста минимума, јер је сваки прорез независан свјетлосни извор, али дифракција је примарни процес и у правцима у којима је оствaтен услов минимума неће се интерференцијом појавити максимум чак и када су остварени услови за интерферентни максимум, јер нема шта да интерферира.

Услов за максимуме интерференције је: $k\lambda = d\sin\beta$, гдје је d размак између центара двају прореза и

$d = 2a$. За максималан број линија са једне стране: $k_{\max} < \dfrac{d\sin\beta_{\max}}{\lambda} = \dfrac{d}{\lambda} = \dfrac{10^{-5}m}{5\cdot 10^{-7}m} = 20$ **[4]**. За дифракцију максималан број минимума са једне стране се добија након разматрања

$$n_{\max} < \frac{a\sin\beta_{\max}}{\lambda} = \frac{a}{\lambda} = \frac{5\cdot10^{-6}m}{5\cdot10^{-7}m} = 10 \ (\alpha_{\max}, \beta_{\max} = \pi/2)$$ **[5]**

$k_{\max} < 20$, дакле, $k_{\max} = 19$ **[2]**, а $n_{\max} < 10$, према томе $n_{\max} = 9$ **[2]**. Покривене су интерференцијске линије за парно k. Виде се 1., 3., 5., ... , 19 линија с лијеве и исто толико са десне стране нулте линије, по 10, тј укупно 21 линија ако рачунамо и централну**[3]**. За $k_{\max} = 19$ то је непарна линија која није поништена главним (дифракционим) минимумом па је $\beta_{\max} = \arcsin(k_{\max}\lambda/d)$. $\beta_{\max} = \arcsin(19\cdot5\cdot10^{-7}m/10^{-5}m = 71^0 48')$**[4]**

Напомена: Задатак је поништен јер је у тексту грешком била испуштена таласна дужина.

4. Након расејања на електрону који се налази приближно у мировању, фотон изгуби енергију, што се манифестује повећањем његове таласне дужине за $\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1-\cos\vartheta)$ **[4]**, гдје је m_e маса мировања електрона, а ϑ угао под којим се фотон расејао у односу на смјер првобитног кретања. Однос енергија расејаног и упадног фотона је:

$$\frac{h\nu'}{h\nu} = \frac{h\frac{c}{\lambda+\Delta\lambda}}{h\frac{c}{\lambda}} = \frac{\lambda}{\lambda+\Delta\lambda}$$ **[4]**. Након анихилације цјелокупна маса мировања електрона и позитрона претворила се у енергију двају фотона: $2m_e c^2 = 2h\nu$ **[2]** (Маса мировања позитрона је једнака маси мировања електрона). Ако средимо претходни израз $2m_e c^2 = 2h\frac{c}{\lambda}$ **[2]**, видимо да је таласна дужина фотона $\lambda = \frac{h}{m_e c}$, тј. једнака је управо Комптоновој таласној дужини $\Delta\lambda_c$ за електрон. Како се фотон расејао унатраг

$$\Delta\lambda = 2\frac{h}{m_e c} = 2\Delta\lambda_c$$ **[2]** $$\frac{h\nu'}{h\nu} = \frac{\lambda}{\lambda+\Delta\lambda} = \frac{\Delta\lambda_c}{\Delta\lambda_c + 2\Delta\lambda c} = \frac{1}{3}$$ **[4]**. Фотон је изгубио 2/3 енергије.

Маса мировања протона и антипротона је 1835 пута већа од масе мировања електрона, па је енергија фотона толико пута већа. $\Delta\lambda$ је исти и у другом случају па је

$$\frac{h\nu'}{h\nu} = \frac{\lambda}{\lambda+\Delta\lambda} = \frac{\frac{h}{m_p c}}{\frac{h}{m_p c} + 2\Delta\lambda c} = \frac{1835.164835}{1835.164835+2} = .9989113661$$ **[4]** тј има мање од 0,2% енергије упадног фотона.

5. Са другог нивоа електрон се враћа у основно, прво стање и емитује фотоне карактеристичне за једну спектралну линију. Са трећег нивоа електрон може прећи одмах у основно стање, прећи у друго , па онда у прво, тако да се број спектралних линија повећао за двије па је то укупно 1+2=3. За 4. ниво имамо повећање за три, за 5. за четири. Након првих корака може се уочити рекурзивна релација за n то стање:

$n = 2 \Rightarrow k = 1$

$n = 3 \Rightarrow k = 1+2$

$n = 4 \Rightarrow k = 1+2+3$

:

$n = n \Rightarrow k = 1+2+3+.....+n-1 = \frac{n(n-1)}{2}$

[8]

За $n = 6$, k је 15. m та серија даје $n-m$ спектралних линија**[6]**

За Лајманиву серију број линија је $n-1$, за Балмерову $n-2$ и Пашенову $n-3$. Наведеним линијама не припада $\frac{n(n-1)}{2} - (n-1) - (n-2) - (n-3) = 15-5-4-3 = 3$ **[6]**

3 линије нису обухваћене овим серијама.